Soit (I_n) la suite définie par : $\begin{cases} I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t\, dt \\ I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^n \sin t\, dt \ , \ n \in IN^* \end{cases}$

b) Calculer I_1 par une intégration par parties.

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin(t)\ dt$$

On pose

$u(t) = t \longrightarrow u'(t) = 1$

$v'(t) = \sin(t) \longrightarrow v(t) = -\cos(t)$

$$I_1 = \left[-t\cos(t)\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(t)\ dt$$

$$= \left[-t\cos(t)\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \left[\sin(t)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -\frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 0 + \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(0)\right)$$

$$I_1 = 1$$